

第 1 單元

公因數與公倍數



主題一 因數與倍數

因數：甲、乙兩個整數，如果甲數可以整除乙數（餘數為 0），就稱甲數是乙數的因數。

倍數：如果甲數是乙數的因數，則乙數就是甲數的倍數。

例如：3 可以整除 15（寫成 $15 \div 3 = 5 \cdots 0$ ），所以 3 是 15 的因數，15 是 3 的倍數。

3 不能整除 14（寫成 $14 \div 3 = 4 \cdots 2$ ），所以 3 不是 14 的因數，14 不是 3 的倍數。

例題 1 2、3、4、5、6 五個數中，哪些是 24 的因數？

解 因為 $24 \div 2 = 12 \cdots 0$ ，所以 2 是 24 的因數。

因為 $24 \div 3 = 8 \cdots 0$ ，所以 3 是 24 的因數。

因為 $24 \div 4 = 6 \cdots 0$ ，所以 4 是 24 的因數。

因為 $24 \div 5 = 4 \cdots 4$ ，所以 5 不是 24 的因數。

因為 $24 \div 6 = 4 \cdots 0$ ，所以 6 是 24 的因數。

練習 (1) 13 是 195 的因數嗎？

(2) 19 是 371 的因數嗎？

例題 2 18 的因數有哪些？

解 因為 $18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$

所以 18 的因數有 1、2、3、6、9、18。

練習 48 的因數有哪些？

2 的倍數判別法：如果一個整數的個位數字是 0、2、4、6 或 8，
這個整數就是 2 的倍數。

例如：56、710、9208 都是 2 的倍數。

5 的倍數判別法：如果一個整數的個位數字是 0 或 5，
這個整數就是 5 的倍數。

例如：170、715 都是 5 的倍數。

例題 3 下列各數中，哪些是 2 的倍數？哪些是 5 的倍數？

46、65、88、485、670、3765

解 46、88、670 是 2 的倍數。

65、485、670、3765 是 5 的倍數。

練習 下列各數中，哪些是 2 的倍數？哪些是 5 的倍數？

63、44、205、1005、3040、5528

3 的倍數判別法：如果一個整數的各位數字和是 3 的倍數，
這個整數就是 3 的倍數。

例如：237 是不是 3 的倍數呢？因為 $2+3+7=12$ ，而 $12\div 3=4\cdots 0$ ，
所以 237 是 3 的倍數。

9 的倍數判別法：如果一個整數的各位數字和是 9 的倍數，
這個整數就是 9 的倍數。

例如：846 是不是 9 的倍數呢？因為 $8+4+6=18$ ，而 $18\div 9=2\cdots 0$ ，
所以 846 是 9 的倍數。

例題 4 下列各數中，哪些是 3 的倍數？哪些是 9 的倍數？

35、75、148、477

解 35 的各位數字和為 $3+5=8$ ，不是 3 的倍數，也不是 9 的倍數。

75 的各位數字和為 $7+5=12$ ，是 3 的倍數，但不是 9 的倍數。

148 的各位數字和為 $1+4+8=13$ ，不是 3 的倍數，也不是 9 的倍數。

477 的各位數字和為 $4+7+7=18$ ，是 3 的倍數，也是 9 的倍數。

所以 3 的倍數有 75 和 477，9 的倍數有 477。

練習 下列各數中，哪些是 3 的倍數但不是 9 的倍數？

48、65、279、336、896、1548

11 的倍數判別法：如果一個整數的「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差是 11 的倍數或 0，這個整數就是 11 的倍數。

例如：527065 是不是 11 的倍數呢？

因為奇數位數字和為 $2+0+5=7$ ，

偶數位數字和為 $5+7+6=18$ ，

而 $18-7=11$ ，所以 527065 是 11 的倍數。

25047 是不是 11 的倍數呢？

因為奇數位數字和為 $2+0+7=9$ ，偶數位數字和為 $5+4=9$ ，

而 $9-9=0$ ，所以 25047 是 11 的倍數。

註：個位數為奇數位，
十位數為偶數位，
依此類推。

例題 5 判別 352、1447、111111 是否為 11 的倍數？

解 因為 352 的奇數位數字和為 $3+2=5$ ，偶數位數字和為 5，
而 $5-5=0$ ，所以 352 是 11 的倍數。

因為 1447 的奇數位數字和為 $4+7=11$ ，偶數位數字和為 $1+4=5$ ，
而 $11-5=6$ ，所以 1447 不是 11 的倍數。

因為 111111 的奇數位數字和為 $1+1+1=3$ ，

偶數位數字和為 $1+1+1=3$ ，

而 $3-3=0$ ，所以 111111 是 11 的倍數。

練習 判別 11111 與 123321 是否為 11 的倍數？

例題 6 如果七位數 $273\square 581$ 是 11 的倍數，則 \square 代表的數字是多少？

解 七位數 $273\square 581$ 的奇數位數字和為 $2+3+5+1=11$

偶數位數字和為 $7+\square+8=15+\square$

因為「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差必為 0 或 11 的倍數，
所以 \square 代表的數字是 7。

練習 如果六位數 $5\square 3\square 42$ 是 11 的倍數，則 \square 代表的數字是多少？

主題二 質因數分解

質數：如果一個正整數除了 1 和本身以外，沒有其他的因數，這樣的整數稱為質數。

例如：2、3、5、7、11 都是質數。

合數：如果一個正整數除了 1 和本身以外，還有其他的因數，這樣的整數稱為合數。

例如：4、6、8、9 都是合數。

2 是最小的質數，1 不是質數也不是合數。

例題 7 下列各數中，哪些是質數？哪些是合數？

10、16、17、27、31

解 因為 10 的因數有 1、2、5、10，所以 10 是合數。

因為 16 的因數有 1、2、4、8、16，所以 16 是合數。

因為 17 的因數有 1、17，所以 17 是質數。

因為 27 的因數有 1、3、9、27，所以 27 是合數。

因為 31 的因數有 1、31，所以 31 是質數。

練習 下列各數中，哪些是質數？哪些是合數？

15、21、23、39、47、53、57、69

例題 8 一年甲班的同學分組進行拔河比賽，每組人數相等（必須大於 1 人），則下列何者不可能為一年甲班的總人數？

(A) 28 人 (B) 29 人 (C) 30 人 (D) 32 人

解 因為 29 是質數，除了 1×29 以外，無法分解為兩個數相乘，所以不可能為一年甲班的學生總人數，故選(B)。

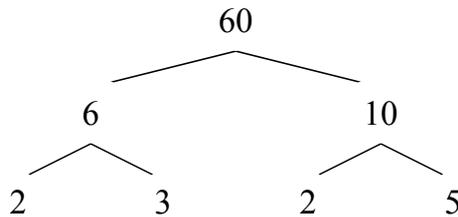
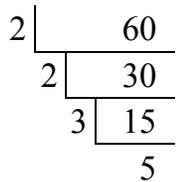
- 練習** 欲將 n 個邊長為 1 的小正方形，拼成一個長、寬皆大於 1 的矩形，且不會剩下任何小正方形，則 n 不可能 為下列哪一個數？
- (A) 18 (B) 85 (C) 87 (D) 89

質因數：如果甲數是乙數的因數，而且甲數又是質數，就稱甲數為乙數的質因數。

例如：12 的因數有 1、2、3、4、6、12，其中 2、3 是質數，所以 2、3 是 12 的質因數。

質因數分解：將一個正整數完全分解為幾個質數的乘積，此過程稱為這個正整數的質因數分解。

例如：將 60 作質因數分解為 $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ 。



- 例題 9** (1) 6 是 18 的因數嗎？ 6 是 18 的質因數嗎？
 (2) 寫出 28 的所有因數，並將其中 28 的質因數圈起來。

解 (1) $18 \div 6 = 3 \cdots 0$ ，所以 6 是 18 的因數。

但 6 不是質數，所以 6 不是 18 的質因數。

(2) $28 = 1 \times 28 = 2 \times 14 = 4 \times 7$

所以 28 的因數有 1、 $\textcircled{2}$ 、4、 $\textcircled{7}$ 、14、28，其中 2、7 是 28 的質因數。

- 練習** (1) 7 是 56 的因數嗎？ 7 是 56 的質因數嗎？
 (2) 寫出 36 的所有因數，並將其中 36 的質因數圈起來。

例題 10 將 84 作質因數分解。

解

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 84} \\
 \underline{42} \\
 2 \overline{) 42} \\
 \underline{21} \\
 3 \overline{) 21} \\
 \underline{21} \\
 7
 \end{array}$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

練習 將下列各數作質因數分解：

- (1) 54
 (2) 210

例題 11 將 630 作質因數分解。

解

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 630} \\
 \underline{315} \\
 3 \overline{) 315} \\
 \underline{105} \\
 3 \overline{) 105} \\
 \underline{35} \\
 5 \overline{) 35} \\
 \underline{35} \\
 7
 \end{array}$$

$$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$

練習 將下列各數作質因數分解：

- (1) 252
 (2) 1575

|| 主題三 || 最大公因數與最小公倍數

最大公因數：兩個整數共同的因數稱為它們的公因數，
公因數中最大的一個稱為最大公因數。

例如：12 的因數有 1、2、3、4、6、12，

18 的因數有 1、2、3、6、9、18，

所以 12 和 18 的公因數為 1、2、3、6，其中 6 是最大公因數。

通常以短除法來求最大公因數，例如：

$$\begin{array}{r|l}
 2 & \begin{array}{cc} 18 & 30 \end{array} \\
 \hline
 3 & \begin{array}{cc} 9 & 15 \end{array} \\
 \hline
 & \begin{array}{cc} 3 & 5 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \leftarrow 18 \text{ 和 } 30 \text{ 有公因數 } 2 \\
 \leftarrow 9 \text{ 和 } 15 \text{ 有公因數 } 3
 \end{array}$$

18 和 30 的最大公因數為 $2 \times 3 = 6$

例題 12 利用短除法求出下列各組數的最大公因數：

(1) 40, 72

(2) 130, 195

解 (1)
$$\begin{array}{r|l}
 2 & \begin{array}{cc} 40 & 72 \end{array} \\
 \hline
 2 & \begin{array}{cc} 20 & 36 \end{array} \\
 \hline
 2 & \begin{array}{cc} 10 & 18 \end{array} \\
 \hline
 & \begin{array}{cc} 5 & 9 \end{array}
 \end{array}$$

40 和 72 的最大公因數為
 $2 \times 2 \times 2 = 8$

(2)
$$\begin{array}{r|l}
 5 & \begin{array}{cc} 130 & 195 \end{array} \\
 \hline
 13 & \begin{array}{cc} 26 & 39 \end{array} \\
 \hline
 & \begin{array}{cc} 2 & 3 \end{array}
 \end{array}$$

130 和 195 的最大公因數為
 $5 \times 13 = 65$

練習 利用短除法求出下列各組數的最大公因數：

(1) 48, 32

(2) 18, 144

例題 13 利用短除法求出下列各組數的最大公因數：

(1) 102, 153

(2) 532, 798

解 (1)
$$\begin{array}{r|rr} 3 & 102 & 153 \\ & \underline{34} & \underline{51} \\ & 2 & 3 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r|rr} 2 & 532 & 798 \\ & \underline{266} & \underline{399} \\ & 19 & \underline{38} & \underline{57} \\ & & 2 & 3 \end{array}$$

102 和 153 的最大公因數為

$$3 \times 17 = 51$$

532 和 798 的最大公因數為

$$2 \times 7 \times 19 = 266$$

練習 利用短除法求出下列各組數的最大公因數：

(1) 105, 126

(2) 875, 625

例題 14 小月想用正方形色紙貼滿長 216 公分、寬 80 公分的布告欄，

則正方形色紙的邊長最大是多少公分？

解 正方形色紙的邊長為布告欄的長與寬的公因數，其中最大的是 216 與 80 的最大公因數。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 216 & 80 \\ & \underline{108} & \underline{40} \\ & 2 & \underline{20} \\ & & 2 & \underline{10} \\ & & & 27 & 10 \end{array}$$

216 與 80 的最大公因數為 $2 \times 2 \times 2 = 8$

所以正方形色紙的邊長最大為 8 公分。

練習 水果行打算將 126 個蘋果和 90 個梨子分裝成禮盒出售，每盒中的蘋果個數都一樣多，梨子個數也一樣多，則最多可分裝成幾盒？

最小公倍數：兩個整數共同的倍數稱為它們的公倍數，公倍數中最小的
一個稱為最小公倍數。

例如：30 的倍數有 30、60、90、120、150、180、……

45 的倍數有 45、90、135、180、……

所以 30 和 45 的公倍數為 90、180、……，其中 90 是最小公倍數。

通常以短除法來求最小公倍數，例如：

$$\begin{array}{r|l}
 3 & 30 \quad 45 \\
 \hline
 5 & 10 \quad 15 \\
 \hline
 & 2 \quad 3
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \leftarrow 30 \text{ 和 } 45 \text{ 有公因數 } 3 \\
 \leftarrow 10 \text{ 和 } 15 \text{ 有公因數 } 5
 \end{array}$$

30 和 45 的最小公倍數為 $3 \times 5 \times 2 \times 3 = 90$

例題 15 利用短除法求下列各組數的最小公倍數：

(1) 36, 48

(2) 72, 54

解 (1)
$$\begin{array}{r|l}
 2 & 36 \quad 48 \\
 \hline
 2 & 18 \quad 24 \\
 \hline
 3 & 9 \quad 12 \\
 \hline
 & 3 \quad 4
 \end{array}$$

36 和 48 的最小公倍數為

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 = 144$$

(2)
$$\begin{array}{r|l}
 2 & 72 \quad 54 \\
 \hline
 3 & 36 \quad 27 \\
 \hline
 3 & 12 \quad 9 \\
 \hline
 & 4 \quad 3
 \end{array}$$

72 和 54 的最小公倍數為

$$2 \times 3 \times 3 \times 4 \times 3 = 216$$

練習 利用短除法求下列各組數的最小公倍數：

(1) 27, 36

(2) 42, 30

例題 16 利用短除法求下列各組數的最小公倍數：

(1) 90, 105

(2) 102, 170

解 (1)
$$\begin{array}{r|rr} 3 & 90 & 105 \\ \hline 5 & 30 & 35 \\ \hline & 6 & 7 \end{array}$$

90 和 105 的最小公倍數為

$$3 \times 5 \times 6 \times 7 = 630$$

(2)
$$\begin{array}{r|rr} 2 & 102 & 170 \\ \hline 17 & 51 & 85 \\ \hline & 3 & 5 \end{array}$$

102 和 170 的最小公倍數為

$$2 \times 17 \times 3 \times 5 = 510$$

練習 利用短除法求下列各組數的最小公倍數：

(1) 75, 120

(2) 112, 70

例題 17 用長 48 公分、寬 40 公分的瓷磚鋪成正方形，最少需要多少塊瓷磚？

解 正方形的邊長是瓷磚長、寬的公倍數，其中最小的是 48 和 40 的最小公倍數。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 48 & 40 \\ \hline 2 & 24 & 20 \\ \hline 2 & 12 & 10 \\ \hline & 6 & 5 \end{array}$$

正方形的邊長最小是 $2 \times 2 \times 2 \times 6 \times 5 = 240$ (公分)

$$240 \div 48 = 5 \text{ (列)}, 240 \div 40 = 6 \text{ (排)}$$

所以共需瓷磚 $5 \times 6 = 30$ (塊)

練習 小明每 12 天、小華每 18 天進行一次長跑訓練，若今天兩人一同訓練，則下次兩人同一天訓練是在幾天後？

第 **2** 單元

分數的運算



主題一 同分母分數的加減

同分母分數的加減：同分母分數相加減時，以原分母為分母，然後將分子相加減即可。

$$\text{例如：} \frac{5}{13} + \frac{3}{13} = \frac{5+3}{13} = \frac{8}{13}, \quad \frac{7}{11} - \frac{2}{11} = \frac{7-2}{11} = \frac{5}{11}。$$

進行同分母帶分數的加減運算時，將整數部分與分數部分分開計算，最後再合併。

$$\text{例如：} 5\frac{5}{13} + 2\frac{3}{13} = (5+2) + \left(\frac{5}{13} + \frac{3}{13}\right) = 7 + \frac{5+3}{13} = 7 + \frac{8}{13} = 7\frac{8}{13}。$$

約分：將一個分數的分子、分母同除以它們的公因數，這個步驟稱為約分。

一個分數經過約分後，其值不變。

最簡分數：若一個分數的分子與分母沒有 1 以外的公因數（互質），也就是無法再約分，這樣的分數稱為最簡分數。

分數比大小：

- (1) 進行帶分數大小比較時，先比較整數的部分，如果整數部分相同，再比較分數的部分。
- (2) 分母不同時，利用最小公倍數進行通分，把不同的分母化成相同的分母再比較分子的大小。

例題 1 比較下列分數的大小關係：

$$(1) 1\frac{3}{4}、2\frac{1}{5}$$

$$(2) 6\frac{4}{7}、6\frac{2}{7}$$

解 (1) 因為整數的部分 $1 < 2$ ，所以 $1\frac{2}{4} < 2\frac{1}{5}$ 。

(2) 因為整數的部分相同，又 $\frac{4}{7} > \frac{2}{7}$ ，所以 $6\frac{4}{7} > 6\frac{2}{7}$ 。

練習 比較下列各分數的大小關係：

$$(1) 2\frac{4}{5}、3\frac{8}{9}$$

$$(2) 5\frac{6}{7}、5\frac{5}{6}$$

例題 2 比較下列分數的大小關係：

$$(1) \frac{13}{15}、\frac{8}{15}$$

$$(2) \frac{1}{4}、\frac{2}{3}$$

解 (1) 因為分母相同，分子的部分 $13 > 8$ ，所以 $\frac{13}{15} > \frac{8}{15}$ 。

(2) 因為 $[4, 3] = 12$ ，

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}, \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{12} < \frac{8}{12}, \text{ 所以 } \frac{1}{4} < \frac{2}{3}。$$

練習 比較下列各分數的大小關係：

$$(1) \frac{7}{13}、\frac{5}{13}$$

$$(2) \frac{4}{5}、\frac{8}{9}$$

例題 3 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{5}{8} - \frac{3}{8}$$

$$(2) \frac{5}{9} - \frac{2}{9} + \frac{4}{9}$$

解 (1) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

(2) $\frac{5}{9} - \frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5-2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{3}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7}{9}$

也可以三個數一起算： $\frac{5}{9} - \frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5-2+4}{9} = \frac{7}{9}$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{2}{13} + \frac{9}{13} + \frac{7}{13}$$

$$(2) \frac{5}{7} - \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$$

例題 4 計算下列各式的值：

$$(1) 2\frac{1}{8} + 1\frac{3}{8}$$

$$(2) 3\frac{5}{9} - 2\frac{7}{9}$$

解 (1) $2\frac{1}{8} + 1\frac{3}{8} = (2+1) + (\frac{1}{8} + \frac{3}{8}) = 3 + \frac{4}{8} = 3\frac{4}{8} = 3\frac{1}{2}$

(2) $3\frac{5}{9} - 2\frac{7}{9} = 2\frac{14}{9} - 2\frac{7}{9} = (2-2) + (\frac{14}{9} - \frac{7}{9}) = \frac{7}{9}$

|| 練習 || 計算下列各式的值：

$$(1) 2\frac{2}{13} - \frac{9}{13}$$

$$(2) \frac{3}{5} - 1\frac{2}{5} + 2\frac{1}{5}$$

|| 主題二 || 異分母分數的加減

擴分：將一個分數的分子、分母同乘以一個大於1的數，這個步驟稱為擴分。

一個分數經過擴分後，其值不變。

通分：將兩個異分母分數，經由擴分或約分化為同分母的分數，這個步驟稱為通分。

異分母分數的加減：異分母分數相加減時，先將兩分數通分為同分母分數，再進行運算。

例如：
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6},$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{9-4}{12} = \frac{5}{12}。$$

兩個異分母分數加減時，如果能依它們分母的最小公倍數通分，可以使通分後的分母數字較小，比較容易計算。

例題 5 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{1}{5} + \frac{2}{3}$$

$$(2) \frac{3}{4} + \frac{1}{6}$$

解 (1)
$$\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} + \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{3}{15} + \frac{10}{15} = \frac{13}{15}$$

$$(2) \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} + \frac{1 \times 4}{6 \times 4} = \frac{18}{24} + \frac{4}{24} = \frac{22}{24} = \frac{11}{12}$$

也可以依分母的最小公倍數12來通分：

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} + \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{3}{7} + \frac{1}{3}$$

$$(2) \frac{3}{5} + 1\frac{2}{7}$$

例題 6 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{7}{9} - \frac{2}{5}$$

$$(2) \frac{2}{3} - \frac{1}{8}$$

解 (1)
$$\begin{aligned} \frac{7}{9} - \frac{2}{5} &= \frac{7 \times 5}{9 \times 5} - \frac{2 \times 9}{5 \times 9} \\ &= \frac{35}{45} - \frac{18}{45} \\ &= \frac{17}{45} \end{aligned}$$

$$(2) \begin{aligned} \frac{2}{3} - \frac{1}{8} &= \frac{2 \times 8}{3 \times 8} - \frac{1 \times 3}{8 \times 3} \\ &= \frac{16}{24} - \frac{3}{24} \\ &= \frac{13}{24} \end{aligned}$$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{5}{6} - \frac{2}{9}$$

$$(2) \frac{3}{5} - \frac{1}{4}$$

例題 7 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{5}{8} + \frac{3}{4} - \frac{1}{5}$$

$$(2) 2\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{2}{5}$$

解 (1) $\frac{5}{8} + \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \left(\frac{5}{8} + \frac{3 \times 2}{4 \times 2}\right) - \frac{1}{5} = \left(\frac{5}{8} + \frac{6}{8}\right) - \frac{1}{5}$

$$= \frac{11}{8} - \frac{1}{5} = \frac{11 \times 5}{8 \times 5} - \frac{1 \times 8}{5 \times 8}$$

$$= \frac{55}{40} - \frac{8}{40} = \frac{47}{40} = 1\frac{7}{40}$$

(2) $2\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{2}{5} = 2 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \frac{2}{5} = 2 + \left(\frac{1 \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3}\right) + \frac{2}{5}$

$$= 2 + \left(\frac{4}{12} - \frac{3}{12}\right) + \frac{2}{5} = 2 + \frac{1}{12} + \frac{2}{5}$$

$$= 2 + \left(\frac{1 \times 5}{12 \times 5} + \frac{2 \times 12}{5 \times 12}\right) = 2 + \left(\frac{5}{60} + \frac{24}{60}\right)$$

$$= 2\frac{29}{60}$$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) 4\frac{3}{5} + \frac{1}{3} - 2\frac{1}{6}$$

$$(2) 5\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2} - \frac{5}{12}$$

|| 主題三 || 分數的乘除

分數的乘法：兩分數相乘時，將分子與分子相乘，分母與分母相乘。

例如： $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$ 。

進行帶分數的乘法運算時，要先將帶分數化爲假分數，再進行運算。

多個分數連乘時，可以同時將分子全部相乘，分母全部相乘。

例題 8 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$$

$$(2) \frac{5}{9} \times \frac{4}{9}$$

解 (1) $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{7 \times 3} = \frac{10}{21}$

$$(2) \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{5 \times 4}{9 \times 9} = \frac{20}{81}$$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{4}{5} \times \frac{2}{11}$$

$$(2) \frac{3}{8} \times \frac{4}{9}$$

例題 9 計算下列各式的值：

$$(1) 2\frac{1}{3} \times \frac{4}{5}$$

$$(2) 3\frac{3}{8} \times 4$$

解 (1) $2\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{7 \times 4}{3 \times 5} = \frac{28}{15} = 1\frac{13}{15}$

$$(2) 3\frac{3}{8} \times 4 = \frac{27}{8} \times \frac{4}{1} = \frac{27 \times 4}{8} = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) 3\frac{1}{2} \times \frac{1}{7}$$

$$(2) 5\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$$

例題 10 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{7}{9} \quad (2) \frac{4}{5} \times \frac{7}{8} \times \frac{10}{13} \quad (3) \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$$

解 (1) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{7}{9} = \frac{2 \times 2 \times 7}{3 \times 5 \times 9}$

$$= \frac{28}{135}$$

$$(2) \frac{4}{5} \times \frac{7}{8} \times \frac{10}{13} = \frac{\cancel{4} \times 7 \times \cancel{10}^2}{\cancel{5} \times \cancel{8}_2 \times 13}$$

$$= \frac{7}{13}$$

$$(3) \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{5}$$

$$(2) \frac{3}{7} \times 1\frac{2}{5} \times \frac{1}{6}$$

分數的除法：兩分數相除時，可將除數的分子、分母上下互換，並且將除號改為乘號，然後進行乘法運算。

例如： $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$ 。

進行帶分數的除法運算時，要先將帶分數化為假分數，再進行運算。

例題 11 計算下列各式的值：

(1) $\frac{3}{4} \div \frac{4}{9}$

(2) $\frac{3}{7} \div \frac{9}{14}$

解 (1) $\frac{3}{4} \div \frac{4}{9} = \frac{3}{4} \times \frac{9}{4} = \frac{3 \times 9}{4 \times 4} = \frac{27}{16} = 1 \frac{11}{16}$

(2) $\frac{3}{7} \div \frac{9}{14} = \frac{3}{7} \times \frac{14}{9} = \frac{\cancel{3} \times 14^{\cancel{2}}}{\cancel{7} \times 9_3} = \frac{2}{3}$

練習 計算下列各式的值：

(1) $\frac{3}{5} \div \frac{5}{3}$

(2) $\frac{5}{18} \div \frac{15}{16}$

例題 12 計算下列各式的值：

(1) $2\frac{1}{2} \div \frac{1}{6}$

(2) $5\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{3}$

解 (1) $2\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{5}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{5}{2} \times \frac{6}{1} = 15$

(2) $5\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{3} = \frac{21}{4} \div \frac{7}{3} = \frac{21}{4} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{4} (=2\frac{1}{4})$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) 4\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$$

$$(2) 8\frac{1}{3} \div 5$$

分數的連乘除運算：當算式中有乘除法混合時，可先將除法運算全部轉換為乘法運算較為方便。

例題 13 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{3}{7} \times \frac{4}{5} \div 1\frac{1}{5} \quad (2) \frac{1}{6} \div \frac{5}{18} \div \frac{3}{5}$$

解 (1) $\frac{3}{7} \times \frac{4}{5} \div 1\frac{1}{5} = \frac{3}{7} \times \frac{4}{5} \div \frac{6}{5} = \frac{3}{7} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{2}{7}$

(2) $\frac{1}{6} \div \frac{5}{18} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{6} \times \frac{18}{5} \times \frac{5}{3} = 1$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{5}{6} \times \frac{3}{10} \div \frac{1}{5}$$

$$(2) \frac{1}{2} \div \frac{7}{9} \div \frac{5}{6}$$

第 **3** 單元

四則運算



|| 主題一 || 整數的四則運算

四則運算：四則混合運算的優先順序為：

(1) 括號內先算；(2) 先乘除，後加減；(3) 由左而右算。

例題 1 計算下列各式的值：

$$(1) (74 - 58) \div 4 + 6$$

$$(2) 120 \div (13 + 7) + 23$$

解 (1) $(74 - 58) \div 4 + 6 = 16 \div 4 + 6 = 4 + 6 = 10$

$$(2) 120 \div (13 + 7) + 23 = 120 \div 20 + 23 = 6 + 23 = 29$$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) 5 \times (10 + 19) - 98$$

$$(2) [3 \times (48 - 26)] - 9 \times 3$$

例題 2 計算下列各式的值：

$$(1) (48 - 5) \times 6 \div 2 - (98 - 49) \div 7$$

$$(2) 74 - 6 \times 8 \div 2 + 52 \div (19 - 6)$$

解 (1) $(48 - 5) \times 6 \div 2 - (98 - 49) \div 7$

$$= 43 \times 6 \div 2 - 49 \div 7$$

$$= 258 \div 2 - 7$$

$$= 129 - 7$$

$$= 122$$

$$(2) 74 - 6 \times 8 \div 2 + 52 \div (19 - 6)$$

$$= 74 - 48 \div 2 + 52 \div 13$$

$$= 74 - 24 + 4$$

$$= 50 + 4 = 54$$

|| 練習 || 計算下列各式的值：

$$(1) 144 \div (6 \times 2) + 98 \div (24 - 17)$$

$$(2) 75 \div 3 \times 5 - 8 \times 6 - 72$$

|| 主題二 || 分數與小數的四則運算

分數化為小數：要將真分數化為小數時，以直式除法將分子除以分母即可。

例如： $\frac{3}{4} = 0.75$ 。

$$\begin{array}{r} 0.75 \\ 4 \overline{) 3.0} \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

要將帶分數化為小數時，整數部分不變，將真分數的部分轉換小數後，再和整數部分結合即可。

例如： $2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = 2 + 0.75 = 2.75$ 。

例題 3 將下列各分數化為小數：

$$(1) \frac{4}{25}$$

$$(2) \frac{7}{8}$$

$$(3) 3\frac{13}{20}$$

解

$$\begin{array}{r} 0.16 \\ 25 \overline{) 4.0} \\ \underline{25} \\ 150 \\ \underline{150} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.875 \\ 8 \overline{) 7.0} \\ \underline{64} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.65 \\ 20 \overline{) 13.0} \\ \underline{120} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array}$$

所以 $\frac{4}{25} = 0.16$

所以 $\frac{7}{8} = 0.875$

所以 $3\frac{13}{20} = 3.65$

練習 將下列各分數化為小數：

$$(1) \frac{3}{4}$$

$$(2) \frac{4}{5}$$

$$(3) 2\frac{1}{8}$$

$$(4) 1\frac{3}{16}$$

小數化為分數：要將小數化為分數時，依小數位數分別寫成分母為 10、100、1000、……的分數，再進行約分。

例如： $0.7 = \frac{7}{10}$ ， $0.35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ 。

常用的小數與分數的互換：

$$0.5 = \frac{1}{2}, 0.25 = \frac{1}{4}, 0.75 = \frac{3}{4}, 0.125 = \frac{1}{8}, 0.375 = \frac{3}{8}。$$

例題 4 將下列各小數化為分數：

$$(1) 0.8$$

$$(2) 1.75$$

$$(3) 2.35$$

解 (1) $0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$$(2) 1.75 = 1\frac{75}{100} = 1\frac{3}{4}$$

$$(3) 2.35 = 2\frac{35}{100} = 2\frac{7}{20}$$

練習 將下列各小數化為分數：

$$(1) 0.4$$

$$(2) 0.625$$

$$(3) 2.36$$

$$(4) 3.375$$

分數與小數的四則混合運算：四則混合運算中，同時含有分數與小數時，通常會將小數全部化爲分數，再進行計算。

例題 5 計算下列各式的值：

$$(1) \left(1\frac{3}{8} + 3\frac{1}{2}\right) \times \frac{4}{7}$$

$$(2) 1\frac{1}{4} \div \left(0.75 - \frac{5}{8}\right)$$

$$(3) 0.84 + 2\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$$

$$(4) 2 \div 0.75 \div \frac{1}{2}$$

解

$$(1) \left(1\frac{3}{8} + 3\frac{1}{2}\right) \times \frac{4}{7}$$

$$(2) 1\frac{1}{4} \div \left(0.75 - \frac{5}{8}\right)$$

$$= \left[(1+3) + \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{2}\right) \right] \times \frac{4}{7}$$

$$= 1\frac{1}{4} \div \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{8}\right)$$

$$= \left[4 + \left(\frac{3}{8} + \frac{4}{8}\right) \right] \times \frac{4}{7}$$

$$= 1\frac{1}{4} \div \left(\frac{6}{8} - \frac{5}{8}\right)$$

$$= 4\frac{7}{8} \times \frac{4}{7}$$

$$= \frac{5}{4} \div \frac{1}{8}$$

$$= \frac{39}{8} \times \frac{4}{7}$$

$$= \frac{5}{4} \times 8$$

$$= \frac{39}{14} = 2\frac{11}{14}$$

$$= 10$$

$$(3) 0.84 + 2\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$$

$$(4) 2 \div 0.75 \div \frac{1}{2}$$

$$= 0.84 + \frac{11}{4} \div \frac{1}{2}$$

$$= 2 \div \frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$$

$$= 0.84 + \frac{11}{4} \times 2$$

$$= 2 \times \frac{4}{3} \div \frac{1}{2}$$

$$= 0.84 + \frac{11}{2}$$

$$= \frac{8}{3} \times 2$$

$$= 0.84 + 5.5$$

$$= \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

$$= 6.34$$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{3}{4} + 1.75 \div 1\frac{2}{5}$$

$$(2) 4.2 - 0.8 \times \frac{5}{8}$$

$$(3) 1.75 \div 6\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{7}$$

$$(4) \frac{1}{4} \div \left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} \right)$$

例題 6 計算下列各式的值：

$$(1) \frac{6}{7} \times 1\frac{9}{12} + \frac{5}{8} \times 2.4$$

$$(2) 0.375 \div \frac{3}{4} - \frac{1}{5} \times 1.25$$

解

$$(1) \frac{6}{7} \times 1\frac{9}{12} + \frac{5}{8} \times 2.4$$

$$(2) 0.375 \div \frac{3}{4} - \frac{1}{5} \times 1.25$$

$$= \frac{6}{7} \times \frac{21}{12} + \frac{5}{8} \times 2\frac{4}{10}$$

$$= \frac{3}{8} \div \frac{3}{4} - \frac{1}{5} \times 1\frac{1}{4}$$

$$= \frac{6}{7} \times \frac{21}{12} + \frac{5}{8} \times \frac{12}{5}$$

$$= \frac{3}{8} \times \frac{4}{3} - \frac{1}{5} \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{6}{2}$$

$$= \frac{2}{4} - \frac{1}{4}$$

$$= 3$$

$$= \frac{1}{4}$$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) 0.375 \times 2\frac{2}{3} - \frac{8}{9} \times 0.875$$

$$(2) 3.06 \times 3\frac{1}{5} - 3.06 \times 1\frac{4}{5}$$

例題 7 計算下列各式的值：

$$(1) 1.75 \times \left(1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{5}{8}$$

$$(2) 2\frac{1}{13} + 3\frac{4}{7} \div \left(1.875 \times 2\frac{6}{7}\right)$$

解

$$\begin{aligned} (1) & 1.75 \times \left(1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{5}{8} \\ &= \frac{175}{100} \times \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{4}\right) \div \frac{5}{8} \\ &= \frac{7}{4} \times \frac{3}{4} \div \frac{5}{8} \\ &= \frac{7 \times 3}{4 \times 4} \times \frac{8}{5} \\ &= \frac{21}{16} \times \frac{8}{5} \\ &= \frac{21}{10} \\ &= 2\frac{1}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & 2\frac{1}{13} + 3\frac{4}{7} \div \left(1.875 \times 2\frac{6}{7}\right) \\ &= 2\frac{1}{13} + 3\frac{4}{7} \div \left(1\frac{7}{8} \times 2\frac{6}{7}\right) \\ &= 2\frac{1}{13} + 3\frac{4}{7} \div \left(\frac{15}{8} \times \frac{20}{7}\right) \\ &= 2\frac{1}{13} + 3\frac{4}{7} \div \frac{75}{14} \\ &= 2\frac{1}{13} + \frac{25}{7} \times \frac{14}{75} \\ &= 2\frac{1}{13} + \frac{2}{3} \\ &= 2\frac{3}{39} + \frac{26}{39} \\ &= 2\frac{29}{39} \end{aligned}$$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) 1.5 \div \left(\frac{7}{12} + \frac{7}{18}\right) \times 1\frac{1}{6}$$

$$(2) \left(8.1 \div 1\frac{1}{2} + 9 \div 2\frac{1}{4}\right) \times 3\frac{1}{2}$$

例題 8 計算下列各式的值：

$$(1) \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{3}{5} - \frac{1}{5} \qquad (2) \frac{3}{5} \div \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{12}\right) - \frac{3}{7}$$

解 (1) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right) \times \frac{3}{5} - \frac{1}{5}$

$$= \frac{\cancel{3}}{12_4} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{5}{20} - \frac{4}{20} = \frac{1}{20}$$

(2) $\frac{3}{5} \div \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{12}\right) - \frac{3}{7} = \frac{3}{5} \div \left(\frac{10}{12} - \frac{1}{12}\right) - \frac{3}{7}$

$$= \frac{3}{5} \div \frac{9}{12} - \frac{3}{7}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{12}{9} - \frac{3}{7}$$

$$= \frac{4}{5} - \frac{3}{7}$$

$$= \frac{28}{35} - \frac{15}{35}$$

$$= \frac{13}{35}$$

練習 計算下列各式的值：

(1) $\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{5} \div 1\frac{4}{5}\right) \div \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right)$

(2) $\frac{3}{5} \div \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{8}$

例題 9 計算 $[(3.2 + 1\frac{1}{3}) \times \frac{3}{4}] \div 3\frac{2}{5}$ 之值。

$$\begin{aligned}
 & \text{解 } [(3.2 + 1\frac{1}{3}) \times \frac{3}{4}] \div 3\frac{2}{5} \\
 &= [(3\frac{1}{5} + 1\frac{1}{3}) \times \frac{3}{4}] \div 3\frac{2}{5} \\
 &= \{ [(3+1) + (\frac{1}{5} + \frac{1}{3})] \times \frac{3}{4} \} \div 3\frac{2}{5} \\
 &= \{ [4 + (\frac{3}{15} + \frac{5}{15})] \times \frac{3}{4} \} \div 3\frac{2}{5} \\
 &= (4\frac{8}{15} \times \frac{3}{4}) \div 3\frac{2}{5} = \frac{68}{15} \times \frac{3}{4} \div \frac{17}{5} \\
 &= \frac{17}{5} \div \frac{17}{5} \\
 &= \frac{17}{5} \times \frac{5}{17} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

練習 計算下列各式的值：

$$(1) (2\frac{1}{6} \times 4 - 3 \div 4.5) \div 2\frac{2}{3}$$

$$(2) [7.5 \times (1.2 - \frac{4}{5}) + 4.8 - 3\frac{3}{5}] \div 0.6$$

第 **4** 單元

等量公理



|| 主題一 || 算式填充題

算式填充題：國小時學過用 () 代表未知的數量記錄問題，稱為算式填充題。

除了 () 以外，也可以用 \triangle 、 \square 、甲、乙、……來代表未知的數量。

例如：「把 75 枝棒棒糖分給小朋友，每人得 8 枝，還剩下 3 枝。則共有多少位小朋友？」就可用算式填充題記成 $75 \div () = 8 \cdots 3$

例題 1 依據下列各小題的敘述，寫出算式填充題並求出答案。

- (1) 老師買了一些貼紙，送給小明 15 張後，還剩下 18 張，老師共買了多少張的貼紙？
- (2) 小英帶 100 元去買文具，結帳時老闆找她 48 元，小英買文具共花了多少元？

解 (1) 甲 $- 15 = 18$

甲 $= 18 + 15 = 33$

老師共買了 33 張貼紙。

(2) $100 - \square = 48$

$\square = 100 - 48 = 52$

小英共花了 52 元。

|| **練習** || 依據下列各小題的敘述，寫出算式填充題並求出答案。

- (1) 爸爸給小強 500 元的零用錢，小強加上自己原有的錢後，恰可買一台價值 780 元的 CD 隨身聽，小強原有多少元？
- (2) 琳琳跟翰翰說：「這次段考我比你少 6 分。」已知琳琳的成績為 78 分，翰翰的成績是多少分？

例題 2 依據下列各小題的敘述，寫出算式填充題並求出答案。

- (1) 已知蘋果一顆 12 元，媽媽買了若干顆，結帳時共付了 180 元，則媽媽一共買了幾顆蘋果？
- (2) 旺來水果行共進了 247 顆梨子，老闆將其分裝成 13 箱，已知每箱的水梨數目都相等，則每箱的水梨有幾顆？

解 (1) $12 \times \square = 180$

$$\square = 180 \div 12 = 15$$

媽媽一共買了 15 顆蘋果。

(2) $247 \div \triangle = 13$

$$\triangle = 247 \div 13 = 19$$

每箱有 19 顆水梨。

練習 依據下列各小題的敘述，寫出算式填充題並求出答案。

- (1) 一長方形的長為 14 公分，面積為 154 平方公分，則此長方形的寬是多少公分？
- (2) 將一條鐵絲平均剪成 19 段，每段長為 7 公尺，那麼這條鐵絲原長是多少公尺？

例題 3 依據題目的敘述，寫出算式填充題並求出答案。

翰翰買了每枝 35 元的毛筆 6 枝和 1 個硯台，一共付了 250 元，則硯台 1 個多少元？

解 $35 \times 6 + \square = 250$

$$35 \times 6 = 210$$

$$250 - 210 = 40$$

硯台 1 個 40 元。

練習 依據題目的敘述，寫出算式填充題並求出答案。

媽媽買了 7 公斤的草莓，付了一張 1000 元的鈔票，找回 307 元，則草莓一公斤賣多少元？

例題 4 依據下列各小題的敘述，寫出算式填充題並求出答案。

- (1) 10 個罐頭，裝入重 300 公克的禮盒裡，連同盒子共重 4500 公克。則每個罐頭有多重？
- (2) 爸爸給小明三兄弟壓歲錢，三人平分後，小明加上自己原有的 560 元，身上共有 950 元，爸爸共拿了多少元給小明三兄弟？

解 (1) $\square \times 10 + 300 = 4500$

$$4500 - 300 = 4200$$

$$4200 \div 10 = 420$$

每個罐頭重 420 公克。

(2) $\triangle \div 3 + 560 = 950$

$$950 - 560 = 390$$

$$390 \times 3 = 1170$$

爸爸一共給小明三兄弟 1170 元。

練習 依據下列各小題的敘述，寫出算式填充題並求出答案。

- (1) 琳琳有 500 元，她的錢比翰翰所有錢的 2 倍少 40 元，則翰翰有多少元？
- (2) 老師將一盒糖果平分給 9 位男生和 7 位女生，每人可分得 8 顆糖果，則這包糖果一共有多少顆？

例題 5 依據下列各小題的敘述，寫出算式填充題並求出答案。

- (1) 翰翰清點撲滿內的存款，其中有伍元硬幣 32 個，其餘皆為拾元硬幣，合計為 240 元，則拾元硬幣共有多少個？
- (2) 長方形和三角形各一個，兩個面積相等，長方形的長為 16 公分，寬為 9 公分，三角形的底為 12 公分，則高是多少公分？

解 (1) $5 \times 32 + 10 \times \square = 240$

$$5 \times 32 = 160$$

$$240 - 160 = 80$$

$$80 \div 10 = 8$$

拾元硬幣共有 8 個。

(2) $12 \times \square \div 2 = 16 \times 9$

$$16 \times 9 = 144$$

$$144 \times 2 = 288$$

$$288 \div 12 = 24$$

三角形的高為 24 公分。

練習 依據下列各小題的敘述，寫出算式填充題並求出答案。

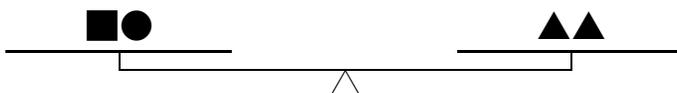
- (1) 有 470 個梨子，搬運途中碰壞了一些，剩下的平均裝成 30 盒，每盒有 15 個，則在搬運途中碰壞了多少個？
- (2) 有一個梯形，上底為 12 公分，高是 20 公分，面積是 270 平方公分，則下底的長是多少公分？

主題二 等量公理

等量公理：當等號左右兩邊相等時，在等號左右兩邊同時加、減、乘或除以同一個數（除數不為 0），等號仍然成立。

意思是說：好比天平維持平衡的時候，天平左右兩邊的重量是相等的，如果在天平兩邊加上相同的重量、減去相同的重量、增加相同的倍數或分為相同的等分，那麼天平仍然會平衡。

例題 6 如下圖，將重量不同的三種積木 ■、▲、● 放置於等臂天平的兩側，且天平呈平衡狀態。

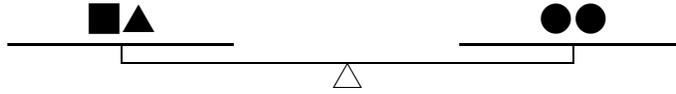


用等量加法的概念，如果將天平兩側改為下列的情況，是否仍會平衡？

	左盤	右盤	是否平衡
(1)	●■▲	▲▲▲	
(2)	●■●■	▲▲●■	
(3)	●■●●■■	▲▲●●■▲	
(4)	●■▲▲	▲▲▲▲	
(5)	●■●▲	▲▲●▲	

- 解**
- (1) 將天平的左、右兩邊同時加上一個 ▲，天平仍會保持平衡。
 - (2) 將天平的左、右兩邊同時加上 ●■，天平仍會保持平衡。
 - (3) 將天平的左盤加上 ●●■■，右盤加上 ●●■▲，
因為兩邊加上的重量不相等，所以天平不會保持平衡。
 - (4) 將天平的左、右兩邊同時加上 ▲▲，天平仍會保持平衡。
 - (5) 將天平的左、右兩邊同時加上 ●▲，天平仍會保持平衡。

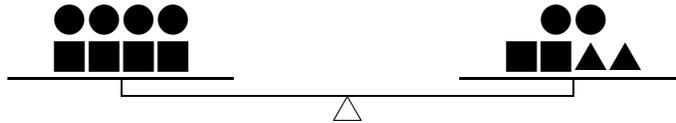
練習 如下圖，將重量不同的三種積木 ■、▲、● 放置於等臂天平的兩側，且天平呈平衡狀態。



用等量加法的概念，如果將天平兩側改爲下列的情況，是否仍會平衡？

	左盤	右盤	是否平衡
(1)	●■▲	●●●	
(2)	■▲■▲	●●●■	
(3)	■▲●●	●●●●	

例題 7 如下圖，將重量不同的三種積木 ■、▲、● 放置於等臂天平的兩側，且天平呈平衡狀態。

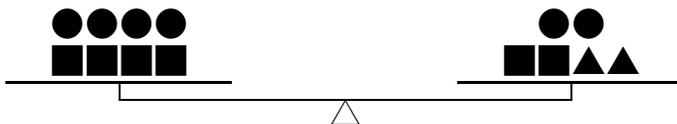


用等量減法的概念，如果將天平兩側改爲下列的情況，是否仍會平衡？

	左盤	右盤	是否平衡
(1)	●●●■■	●■▲▲	
(2)	●●■■	●▲■	
(3)	●●■	●▲▲■	
(4)	●●■	▲▲	

- 解** (1) 將天平的左、右兩邊同時拿去 ●■，天平仍會保持平衡。
 (2) 將天平的左盤拿去 ●●■，右盤拿去 ●▲■，
 因為兩邊拿走的重量不相等，所以天平不會保持平衡。
 (3) 將天平的左盤拿去 ●●■，右盤拿去 ●■，
 因為兩邊拿走的重量不相等，所以天平不會保持平衡。
 (4) 將天平的左、右兩邊同時拿去 ●●■，天平仍會保持平衡。

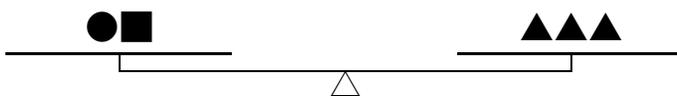
練習 如下圖，將重量不同的三種積木 ■、▲、● 放置於等臂天平的兩側，且天平呈平衡狀態。



用等量減法的概念，如果將天平兩側改爲下列的情況，是否仍會平衡？

	左盤	右盤	是否平衡
(1)	●●●■ ■■	●▲▲▲	
(2)	●●■ ■■	▲▲■	
(3)	●●■ ■	●▲▲	

例題 8 如下圖，將重量不同的三種積木 ■、▲、● 放置於等臂天平的兩側，且天平呈平衡狀態。



用等量乘法的概念，如果將天平兩側改爲下列的情況，是否仍會平衡？

	左盤	右盤	是否平衡
(1)	●■●■	▲▲▲▲▲	
(2)	●■●■	▲▲▲▲▲▲▲	
(3)	●■●■●■	▲▲▲▲▲▲▲▲▲	
(4)	●■●■●■	▲▲▲▲▲▲▲▲▲	

解 (1) 將天平的左盤的重量變爲 2 倍，右盤的重量變爲 $1\frac{2}{3}$ 倍，

因爲兩邊增加的重量不相等，所以天平不會保持平衡。

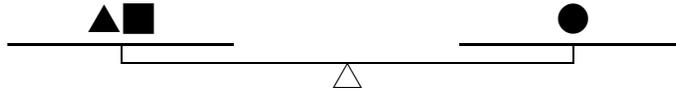
(2) 將天平的左、右兩邊的重量同時變爲 2 倍，天平仍會保持平衡。

(3) 將天平的左、右兩邊的重量同時變爲 3 倍，天平仍會保持平衡。

(4) 將天平的左盤的重量變爲 3 倍，右盤的重量變爲 $2\frac{2}{3}$ 倍，

因爲兩邊增加的重量不相等，所以天平不會保持平衡。

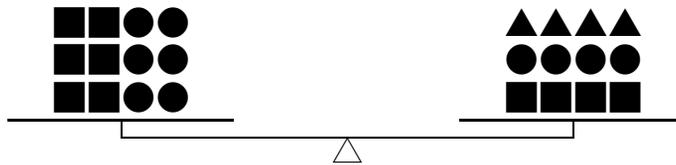
練習 如下圖，將重量不同的三種積木 ■、▲、● 放置於等臂天平的兩側，且天平呈平衡狀態。



用等量乘法的概念，如果將天平兩側改爲下列的情況，是否仍會平衡？

	左盤	右盤	是否平衡
(1)	▲■▲■▲	●●	
(2)	▲■▲■	●●	
(3)	▲■▲■▲▲	●●●	
(4)	▲■▲■▲■	●●●	

例題 9 如下圖，將重量不同的三種積木 ■、▲、● 放置於等臂天平的兩側，且天平呈平衡狀態。



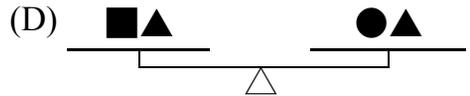
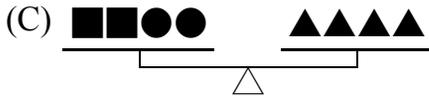
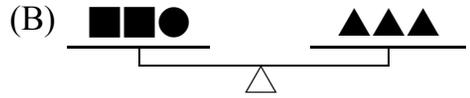
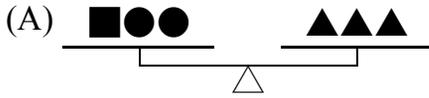
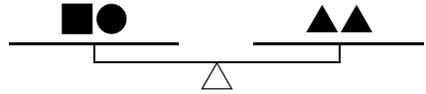
用等量除法的概念，如果將天平兩側改爲下列的情況，是否仍會平衡？

	左盤	右盤	是否平衡
(1)	●●■	●▲■	
(2)	●●●■	●●▲▲■	

解 (1) 將原已平衡天平左盤的重量變爲 $\frac{1}{3}$ 倍，但右盤的重量不是變爲 $\frac{1}{3}$ 倍，所以天平不會保持平衡。

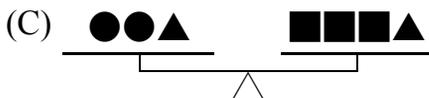
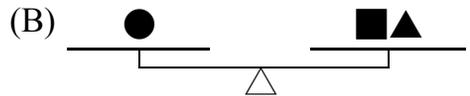
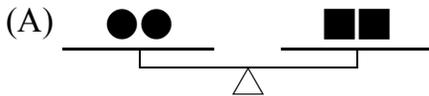
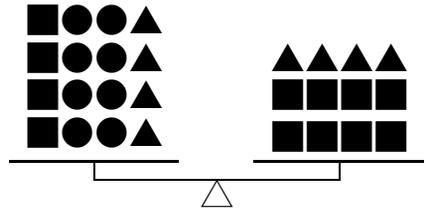
(2) 將原已平衡天平左盤的重量變爲 $\frac{1}{2}$ 倍，且右盤的重量也變爲 $\frac{1}{2}$ 倍，所以天平依舊會保持平衡。

例題 11 有三種積木 ■、▲、●，重量都不相同，但右圖的天平恰好可保持平衡，則下列四種情況中，哪一種能使天平保持平衡？



解 因為一個 ■ 加一個 ● 等於兩個 ▲ 的重量，所以將天平的兩邊同乘以 2 倍，兩邊還是一樣重。故選(C)。

練習 有三種積木 ■、▲、●，重量都不相同，但右圖的天平恰好可保持平衡，則下列四種情況中，哪一種能使天平保持平衡？



第 5 單元

線對稱與正方體



|| 主題一 || 線對稱圖形

線對稱圖形：將圖形沿著某一條直線對摺，如果可使直線兩側的圖形完全重疊，則稱為線對稱圖形，其中對摺的線稱為**對稱軸**。

對稱點：位於對摺線兩側的兩個點，如果在對摺時會重疊在一起。

對稱角：位於對摺線兩側的兩個角，如果在對摺時會完全重疊在一起，對稱角的角度相等。

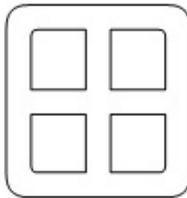
對稱邊：位於對摺線兩側的兩條線段，如果在對摺時會完全重疊在一起，對稱邊的長度相等。

例題 1 下列哪些圖形為線對稱圖形？如果是線對稱圖形，畫出所有的對稱軸。

(1)



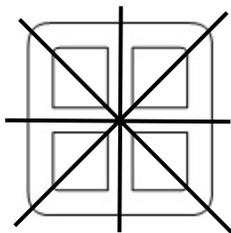
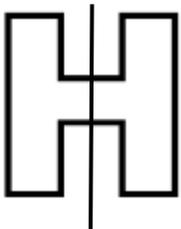
(2)



(3)



解 (1) 是線對稱圖形 (2) 是線對稱圖形 (3) 不是線對稱圖形

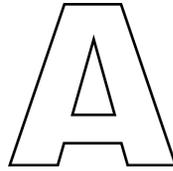


練習 下列哪些圖形為線對稱圖形？如果是線對稱圖形，畫出所有的對稱軸。

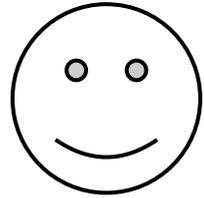
(1)



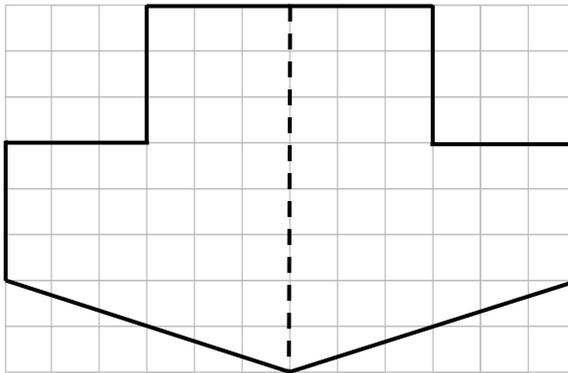
(2)



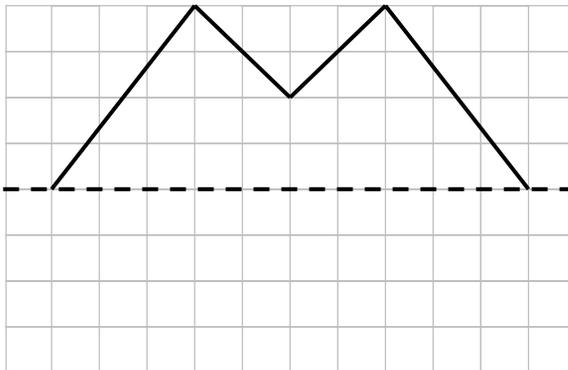
(3)



例題 2 完成線對稱圖形。



練習 完成線對稱圖形。



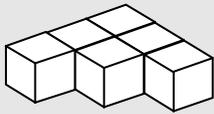
主題二 正方體的堆疊

正方體的堆疊：用邊長都相等的正方體堆疊而成的形體，可先計算各層的個數，再逐層相加，即可求得正方體的總個數。如果每一層都一樣，則只要算出一層的個數，再乘以層數，即可求得正方體的總個數。

每一邊長都是 1 公分的正方體，體積是 1 立方公分。

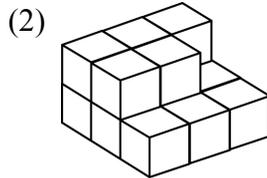
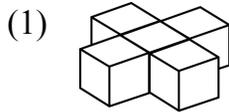
用邊長都是 1 公分的正方體堆疊而成的形體，如果總共有 a 個正方體，則體積就是 a 立方公分。

例如：



有 6 個正方體，若每一邊長都是 1 公分，則此正方體的體積為 6 立方公分。

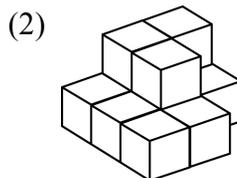
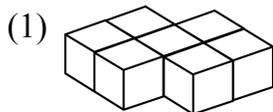
例題 3 下列各題的形體都是由大小相同的正方體堆成，數數看，各有多少個正方體？若都是由邊長 1 公分的正方體堆疊而成，且沒有中空，試問各形體的總體積是多少立方公分？



解 (1) 5 個正方體，體積為 5 立方公分。

(2) 14 個正方體，體積為 14 立方公分。

練習 下列各題的形體都是由大小相同的正方體堆成，數數看，各有多少個正方體？若都是由邊長 1 公分的正方體堆疊而成，且沒有中空，試問各形體的總體積是多少立方公分？



解答篇

翰林 國中數學升國一銜接教材



第 1 單元 公因數與公倍數

P 1

練習 (1) 是 (2) 不是

練習 48 的因數有 1、2、3、4、6、8、12、16、24、48。

P 2

練習 2 的倍數有 44、3040、5528，
5 的倍數有 205、1005、3040。

P 3

練習 是 3 的倍數但不是 9 的倍數有
48、336。

P 4

練習 11111 不是 11 的倍數，
123321 是 11 的倍數。

練習 □代表的數字是 5

P 5

練習 23、47、53 是質數，
15、21、39、57、69 是合數。

P 6

練習 (D)

P 7

練習 (1) 是，是
(2) 1、②、③、4、9、12、
18、36

練習 (1) $54=2 \times 3 \times 3 \times 3$
(2) $210=2 \times 3 \times 5 \times 7$

練習 (1) $252=2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$
(2) $1575=3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$

P 8

練習 (1) 16 (2) 18

P 9

練習 (1) 21 (2) 125
練習 18 盒

P 10

練習 (1) 108 (2) 210

P 11

練習 (1) 600 (2) 560
練習 36 天後

第 2 單元 分數的運算

P 13

練習 (1) $2\frac{4}{5} < 3\frac{8}{9}$ (2) $5\frac{6}{7} > 5\frac{5}{6}$

練習 (1) $\frac{7}{13} > \frac{5}{13}$ (2) $\frac{4}{5} < \frac{8}{9}$

P 14

練習 (1) $\frac{18}{13}$ (或 $1\frac{5}{13}$) (2) $\frac{6}{7}$

P 15

練習 (1) $1\frac{6}{13}$ (2) $1\frac{2}{5}$

P 16

練習 (1) $\frac{16}{21}$ (2) $1\frac{31}{35}$

練習 (1) $\frac{11}{18}$ (2) $\frac{7}{20}$

P 17

練習 (1) $2\frac{23}{30}$ (2) $3\frac{3}{4}$

P 18

練習 (1) $\frac{8}{55}$ (2) $\frac{1}{6}$

P 19

練習 (1) $\frac{1}{2}$ (2) 4

練習 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{10}$

P 20

練習 (1) $\frac{9}{25}$ (2) $\frac{8}{27}$

P 21

練習 (1) 6 (2) $\frac{5}{3}$ (或 $1\frac{2}{3}$)

練習 (1) $1\frac{1}{4}$ (2) $\frac{27}{35}$

第 3 單元 四則運算**P 22**

練習 (1) 47 (2) 39

P 23

練習 (1) 26 (2) 5

P 24

練習 (1) 0.75 (2) 0.8
(3) 2.125 (4) 1.1875

練習 (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{5}{8}$ (3) $2\frac{9}{25}$ (4) $3\frac{3}{8}$

P 26

練習 (1) 2 (2) 3.7 (3) $\frac{3}{10}$ (4) $\frac{1}{16}$

練習 (1) $\frac{2}{9}$ (2) $4\frac{71}{250}$

P 27

練習 (1) $1\frac{4}{5}$ (2) $32\frac{9}{10}$

P 28

練習 (1) $\frac{6}{17}$ (2) $1\frac{1}{2}$

P 29

練習 (1) 3 (2) 7

第 4 單元 等量公理**P 30**

練習 (1) $500 + ? = 780$

小強原有 280 元。

(2) $\triangle - 6 = 78$

翰翰的成績為 84 分。

P 31

練習 (1) $14 \times ? = 154$

長方形的寬為 11 公分。

(2) $\bigcirc \div 19 = 7$

這條鐵絲原長為 133 公尺。

練習 $1000 - \square \times 7 = 307$

草莓一公斤賣 99 元。

P 32

- 練習 (1) $\square \times 2 - 40 = 500$
翰翰有 270 元。
- (2) $\square \div (9 + 7) = 8$
這包糖果共有 128 顆。

P 33

- 練習 (1) $(470 - \square) \div 30 = 15$
搬運途中碰壞了 20 個。
- (2) $(12 + \square) \times 20 \div 2 = 270$
下底是 15 公分。

P 34

- 練習 (1) 平衡 (2) 不平衡
(3) 平衡

P 35

- 練習 (1) 不平衡 (2) 平衡
(3) 不平衡

P 36

- 練習 (1) 不平衡 (2) 平衡
(3) 不平衡 (4) 平衡

P 37

- 練習 (1) 不平衡 (2) 平衡
- 練習 1 個 \blacksquare 的重量等於 1 個 \blacktriangle 加上 2 個 \bullet 的重量。

P 38

- 練習 (D)

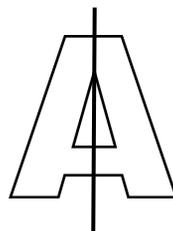
第 5 單元 線對稱與正方體

P 40

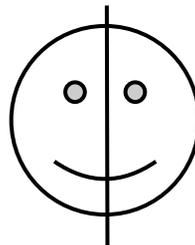
- 練習 (1) 是線對稱圖形



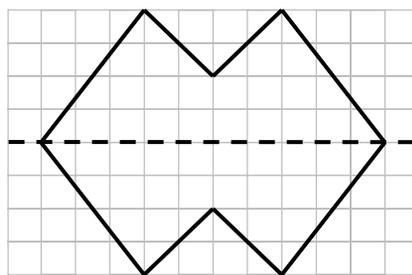
- (2) 是線對稱圖形



- (3) 是線對稱圖形



練習



P 41

- 練習 (1) 7 個正方體，
體積為 7 立方公分。
- (2) 11 個正方體，
體積為 11 立方公分。